

راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۹/۱۸
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۴	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت آذر ماه سال ۱۴۰۲	شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

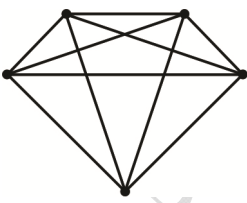
۱	الف) $a b \rightarrow b = aq_1$ $b c \rightarrow c = bq_2, c = bq_2 \Rightarrow c = aq_1q_2 \xrightarrow{q_1q_2=q} c = aq \rightarrow q c$ (۰/۷۵) ب) $ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$ (۰/۲۵) ج) $\deg_G(V_i) + \deg_{\overline{G}}(V_i) = \deg_{K_p}(V_i) = p-1$ (۰/۲۵) د) $([a, b], b) \times [a, (a, b)] = ab $ (۰/۵)	۱/۷۵
۲	الف) برهان خلف فرض خلف: فرض کنیم $f+g$ در $x=a$ پیوسته است. (۰/۲۵) چون f هم در $x=a$ پیوسته است؛ بنابراین $(f+g)-f=g$ در $x=a$ پیوسته است. پس g در $x=a$ پیوسته است (۰/۵) و این متناقض با فرض است، در نتیجه فرض خلف باطل و حکم برقرار است. (۰/۲۵) ب) نادرست است، زیرا با فرض $a=2$ و $m=4$ و $b=1$ معادله $2x \equiv 1 \pmod{4}$ در z فاقد جواب است. (۰/۵) ج) درست است. $\sum_{i=1}^p \deg(V_i) = 2q$ اثبات: فرض کنید G یک گراف و A مجموعه رئوس فرد و B مجموعه رئوس زوج گراف G باشد در این صورت: (۰/۲۵) $\sum_{i=1}^p \deg V_i = \sum_{v \in A} \deg(v) + \sum_{v \in B} \deg(v) \quad (۰/۲۵)$ از طرفی $\sum_{i=1}^p \deg(v) = 2q$ و $\sum_{v \in B} \deg(v)$ زوج اند بنابراین $\sum_{v \in A} \deg(v)$ هم زوج است، در نتیجه تعداد رأس‌های فرد هر گراف همواره زوج است. (۰/۵)	۲/۵
	«ادامه در صفحه دوم»	

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۹/۱۸	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور درنوبت آذر ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۳	<p>۱/۵ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$</p> <p>$\times 2$</p> <p>$\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2ac + 2bc \quad (0/5)$</p> <p>$\Leftrightarrow a^2 + a^2 + b^2 + b^2 + c^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc \geq 0 \quad (0/25)$</p> <p>$\Leftrightarrow (a^2 + b^2 - 2ab) + (a^2 + c^2 - 2ac) + (b^2 + c^2 - 2bc) \geq 0 \quad (0/25)$</p> <p>$\Leftrightarrow (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 \geq 0 \quad (0/25)$</p> <p>چون نابرابری بدست آمده درست است. پس با برگشت روابط حکم برقرار است. (۰/۲۵)</p>	
۴	<p>۱/۵ هر عدد اول بزرگتر از ۳ به صورت $a = 6p \pm 1$ (۰/۵) است. بنابراین داریم:</p> <p>$a^2 - 1 = (6p \pm 1)^2 - 1 = 36p^2 \pm 12p + 1 - 1 = 12(\underbrace{3p^2 \pm p}_{k \in \mathbb{Z}}) \quad (0/5)$</p>	
۵	<p>۱/۷۵ $5 \mid 3a + 2 \Rightarrow 3a + 2 = 5q \Rightarrow 3a = 5q - 2$</p> <p>$\Rightarrow 3a = 5q - 2 + 5 - 5 = 5(\underbrace{q-1}_{q_1 \in \mathbb{Z}}) + 3 = 5q_1 + 3$</p> <p>$\Rightarrow 3a = 5q_1 + 3 \quad (1) \quad (0/5)$</p> <p>ملاحظه می کنیم که $3a - 3 = 5q_1$ پس $3k = 5q_1$ چون ۵ مضرب ۳ نیست، بنابراین q_1 مضرب ۳ است.</p> <p>$q_1 = 3k \quad (2) \quad (0/5)$</p> <p>$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} 3a = 5q_1 + 3 \\ q_1 = 3k \end{cases} \Rightarrow 3a = 15k + 3 \Rightarrow a = 5k + 1$</p> <p>در نتیجه عددهای دو رقمی a عبارت اند از:</p> <p>$a = 5k + 1 \rightarrow a = 11, 16, 21, \dots, 91, 96 \quad (0/5)$</p> <p>$n = \frac{96-11}{5} + 1 = 18 \quad S_n = \frac{18}{2} [11 + 96] = 963 \quad (0/25)$</p>	
۶	<p>۱/۵ طبق تعریف ب.م.م $\begin{cases} d \mid a + 5 \rightarrow d \mid a(a+5) \Rightarrow d \mid a^2 + 5a \quad (1) \quad (0/5) \\ d \mid a^2 + 3a - 3 \quad (2) \end{cases}$</p> <p>$\xrightarrow{(1), (2)} d \mid a^2 + 5a - (a^2 + 3a - 3) \Rightarrow d \mid 2a + 3 \quad (0/5)$</p> <p>$\left. \begin{array}{l} d \mid a + 5 \xrightarrow{\times 2} d \mid 2a + 10 \\ d \mid 2a + 3 \end{array} \right\} \rightarrow d \mid 7 \xrightarrow{d > 0} d = 1 \text{ یا } d = 7 \quad (0/5)$</p>	
	ادامه در صفحه سوم»	

راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۹/۱۸
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۴	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور درنوبت آذر ماه سال ۱۴۰۲	شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۷	طبق قضیه تقسیم داریم: $a = bq + r, 0 < r < b$ $m = 17n + 7, 7 < n$ $\Rightarrow n_{\min} = 8 \quad (0/5)$ از طرفی چون ۱۷ (خارج قسمت) و ۷ (باقی مانده) ثابت هستند پس کوچک ترین m به ازای $n_{\min} = 8$ به دست می آید. (۰/۵) $m_{\min} = 17 \times 8 + 7 \Rightarrow m_{\min} = 143 \xrightarrow[\text{ارقام}]{\text{مجموع}} 1+4+3 = 8 \quad (0/5)$	۱/۵														
۸	با توجه به تعریف همبستگی و این که دو عدد فوق باقی مانده تقسیم آن ها بر ۹ مساوی است داریم: $11a - 5 \equiv 6a - 1 \Rightarrow 5a \equiv 4 \pmod{9} \quad (0/5)$ $\xrightarrow{(5,9)=1} a \equiv -1 \pmod{9} \Rightarrow 7a - 3 \equiv 7(-1) + (-3) \pmod{9} \quad (0/25)$ $\Rightarrow 7a - 3 \equiv -10 \equiv 8 \pmod{9} \Rightarrow \boxed{r = 8} \quad (0/25)$	۱/۵														
۹	$\begin{cases} 8x + 7y \equiv 2 \\ x + 4y \equiv 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - 2y \equiv 2 \\ x + 4y \equiv 3 \end{cases} \quad (0/25)$ $\xrightarrow{+} 2y \equiv 5 \pmod{9} \xrightarrow{(2,9)=1} y \equiv -2 \pmod{9} \quad (1) \quad (0/5)$ $x + 4y \equiv 3 \xrightarrow{(1)} x + 4 \times (-2) \equiv 3$ $\Rightarrow x - 8 \equiv 3 \Rightarrow x \equiv 11 \pmod{9} \Rightarrow x \equiv 2 \pmod{9} \quad (2) \quad (0/5)$ $\xrightarrow{(1),(2)} x + y \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow x + y = 9k \quad (0/25)$ $x + y \xrightarrow{k=2} x + y = 9 \times 2 = 18 \quad (0/25)$ کمترین مقدار دو رقمی $x + y$	۱/۷۵														
۱۰	(۰/۲۵) <table><tr><td>سه شنبه</td><td>چهارشنبه</td><td>پنجشنبه</td><td>جمعه</td><td>شنبه</td><td>یکشنبه</td><td>دوشنبه</td></tr><tr><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۵</td><td>۶</td></tr></table> $17 + 31 + 31 + 31 + 30 + 30 + 30 + 30 + 22 \stackrel{?}{=} \quad (0/5)$ $252 \stackrel{?}{=} 0 \longrightarrow \text{سه شنبه ۲۲ بهمن ماه} \quad (0/25)$ توجه: چون اختلاف دو تاریخ فوق مضرب ۷ است پس هر سال روز هفته رحلت امام (ره) و ۲۲ بهمن همان سال، یکسان است.	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۱
سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه										
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶										
	«ادامه در صفحه چهار»															

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۹/۱۸	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت آذر ماه سال ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح	
نمره		
۱/۲۵	<p>۱۱ می‌دانیم رابطه $pr = 2q$ در هر گراف r - منتظم از مرتبه p و اندازه q برقرار است پس داریم:</p> <p>$r = 4$</p> <p>$4p = 2q \rightarrow q = 2p \quad (0/25)$</p> <p>$q = 7p - 25 \rightarrow 2p = 7p - 25 \rightarrow \begin{matrix} p = 5 \\ q = 10 \end{matrix} \quad (0/5)$</p> 	
۱/۲۵	<p>۱۲ می‌دانیم در گراف‌های کامل K_p همواره درجه همه رئوس باهم برابر است و داریم:</p> <p>$4\Delta + p = q - \delta + 10$</p> <p>$\delta = \Delta = p - 1, q_{K_p} = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2} \quad (0/5)$</p> <p>$4(p-1) + p + (p-1) - \binom{p}{2} = 10$</p> <p>$4p - 4 + p + p - 1 - \frac{p(p-1)}{2} = 10$</p> <p>$\Rightarrow 6p - 5 - (\frac{p^2 - p}{2}) = 10 \Rightarrow p^2 - 13p + 30 = 0 \rightarrow p = 10 \text{ یا } p = 3 \quad (0/5)$</p> <p>چون گراف K_p کامل است، حداکثر طول مسیر $(p-1)$ است. $(0/25)$</p>	
۱/۲۵	<p>۱۳ الف) $N_G(a) = \{e, d, f, b\} \quad (0/25)$</p> <p>ب) $N_G[f] = \{f, b, e, a\} \quad (0/25)$</p> <p>ج) $aedcba \quad (0/25)$</p> <p>$q_G = 9 \rightarrow q_{K_7} = \binom{7}{2} = 21 \rightarrow q_G + q_{\overline{G}} = q_{K_7}$</p> <p>د) $p_G = 7 \rightarrow 9 + q_{\overline{G}} = 21$</p> <p>$q_{\overline{G}} = 12 \quad (0/5)$</p>	
۲۰	«موفق و پیروز باشید»	